|  |
| --- |
| MATHADORE           Volume 1 Numéro 4 - 5 mars 2000 |

**L'hebdomadaire gratuit portant sur l'enseignement des mathématiques**

**La multiplication est-elle vraiment une addition répétée ?**

Je l'avoue, lorsqu'au secondaire on m'a enseigné que a x a était égal à a exposant 2, j'ai eu un sérieux problème. En fait, on m'avait depuis longtemps démontré que la multiplication représentait une addition répétée, grâce à des paquets identiques pris un certain nombre de fois :  
3 x 4 = 3 + 3 + 3 + 3 ou 4 + 4 + 4.  
  
Avec a x a, j'ai essayé l'addition répétée : a + a = 2a, 2a + a = 3a... Je me demandais sérieusement quand ce nombre qui précédait le a allait disparaître et être remplacé par l'exposant 2.  
Plaçons-nous du point de vue de l'élève qui finit par croire que la multiplication est une addition répétée. Comment peut-il comprendre que 1/2 x 1/2 = 1/4 ? Comment le calculer en additionnant des demies à répétition ? Et comment illustrer un demi-paquet ( c'est presqu'un paquet ) d'un demi-objet et obtenir un quart ? Un quart de quoi au fait ?  
  
Et que faire de ( -3 ) x ( -4 ) = ( + 12 ) ? En additionnant des « -4 » en succession ? Pourtant ( -4 ) + ( -4 ) = ( -8 ), ( -8 ) + ( -4 ) = ( -12 ), ( -12 ) + ( -4 ) = ( -16 )... on est mal parti ! Et comment concevoir « moins 3 » paquets de « moins 4 » jetons ?  
  
Faut-il être surpris d'apprendre que les élèves ont beaucoup de difficultés à comprendre la multiplication de fractions, de nombres négatifs, de nombres dits algébriques ? Et puis, si un rectangle mesure 3 mètres sur 4 mètres, l'aire de ce rectangle, trouvée en multipliant 3 mètres par 4 mètres, est de 12 mètres carrés. Et pourtant, additionner des longueurs à répétition ne donne jamais des mètres carrés.  
  
Il est clair, demandez aux élèves du primaire ou du secondaire, demandez aux adultes, que l'image mentale associée la plus étroitement à la multiplication est l'addition répétée, la collection de paquets identiques. Il est aussi clair que l'apprentissage de la multiplication sur les fractions, sur les nombres négatifs et sur les nombres algébriques ne modifie pas cette image mentale construite au début de l'apprentissage de la multiplication et ce, même si elle conduit vite à des incompréhensions persistentes.  
  
N' y a-t-il pas lieu de trouver une image mentale susceptible de permettre de mieux comprendre un ensemble plus grands de problèmes sans exclure ceux que l'addition répétée permet de visualiser ? N' y a-t-il pas lieu , si cette image mentale existe, d'en faire l'image la plus étroitement associée à la multiplication et de construire cette image mentale avant d'associer la multiplication à une addition répétée ?  
  
Bonne nouvelle, cette image mentale existe. Mieux, elle peut être associée à tellement d'éléments de notre environnement, qu'elle est inoubliable. En effet, le rectangle illustre très adéquatement les diverses multiplications mentionnées plus haut. Voyons cela.  
  
Dans une classe, les 25 pupitres sont disposés en 5 rangées de 5 pupitres, le tout forme un rectangle que symbolise bien 5 x 5 = 25. Certes en additionnant à répétition le nombre 5, chacun représentant une rangée de pupitres, on obtient aussi 25.  
  
Vous ai-je déjà parlé de ma salle de lavage ? Elle a la forme d'un rectangle et son plancher est recouvert de 15 tuiles. La multiplication 3 x 5 illustre bien ce plancher. Et il y a la laveuse et la sècheuse, toutes deux recouvrent exactement 8 tuiles disposées aussi en rectangle. La multiplication 2 x 4 illustre bien ce rectangle. En fait, les appareils occupent 2/3 de la largeur de ma salle de bain et 4/5 de sa longueur donc 8/15 de sa superficie. 2/3 x 4/5 = 8/15 illustre bien ce qui se passe : un rectangle formé par mes appareils ( 2 x 4 = 8 ) déposé sur un plancher rectangulaire (3 x 5 = 15 ).  
  
Et que faire avec a x a = a exposant 2 ? il s'agit simplement d'un carré dont la longueur et la largeur valent a. « a exposant 2 », c'est a d'un côté et a de l'autre. De même pour a x b = ab, a et b sont les côtés du rectangle désigné par ab.  
  
Et les négatifs ? Il suffit de situer les multiplications sur les nombres négatifs dans un plan cartésien. Le plan cartésien possède quatre quadrans, deux sont positifs et deux sont négatifs. Dans ( -3 ) x ( - 4 ) = ( +12 ), les deux signes négatifs indiquent le sens de chacun des déplacements sur les axes, ces déplacements constituent la base et la hauteur d'un rectangle partant du point ( 0,0 ). Le nombre ( +12 ) montre l'aire de ce rectangle : 3 x 4 = 12 et le symbole « + » indique que le rectangle est construit dans un quadran positif.  
  
Et ce n'est pas tout, la technique de multiplication, la technique d'extraction de la racine carrée, la factorisation et la division s'associent mieux avec le rectangle qu'avec toute autre image mentale. Alors...  
  
Robert Lyons