|  |
| --- |
|  MATHADORE          Volume 1 Numéro 35 - 21 janvier 2001 |

**L'hebdomadaire gratuit portant sur l'enseignement des mathématiques**

        Les fractions : Pourquoi tant de difficultés ?

Il semble que plus les élèves cheminent dans le système scolaire, plus leurs difficultés en mathématiques augmentent. Combien d’élèves nous ont dit que leurs difficultés avaient commencé au moment d’apprendre les fractions ? Et combien d’autres ont remarqué que c’est en algèbre que tout a basculé ? Habituellement ces élèves nous disent qu’en abordant ces nouveaux domaines, ils ont cessé de comprendre.

En étudiant la progression habituelle des concepts mathématiques, nous pouvons relever diverses séquences conduisant à une perte du sens des nombres et des opérations. Voyons ceci en multiplication.

D’abord, avec les entiers naturels, la multiplication est présentée au moyen d’analogies avec l’addition répétée. Ainsi, 3 x 5 représente trois paquets de cinq ou, l’inverse, cinq paquets de trois. Il est alors naturel de conclure que le produit de deux nombres est au moins égal au plus petit de ces nombres, comme dans 0 x 4 = 0.

Plus tard, avec les fractions, pour 6 x (1/2) = 3 , il n’y a aucun problème, on additionne des demis à répétition. Il suffit de faire, par exemple, six paquets contenant chacun une demi-tablette de chocolat. Mais qu’arrive-t-il avec (1/2) x (1/3) = (1/6)  ? Comment obtenir 1/6  en additionnant 1/2  ou 1/3   à répétition ? Et puis, comment faire un demi-ensemble ou un demi-paquet de quoi que ce soit ?

Il y a mieux : (-3) x (-2) = (+6) ! Bon, il faut additionner « -3 » à répétition jusqu’au moment où nous obtenons « +6 ». Bonne chance ! Essayons plutôt de faire « moins trois paquets » et de placer dans chacun « moins deux jetons ». Mais d’où diable peuvent bien provenir ces « plus six jetons » que nous indique le produit ?

Et en algèbre : a x b = ab ! Pourtant a + a = 2a, 2a + a = 3a, 3a + a = 4a, …

Ce n’est pas tout, allons voir ce qui se passe avec la division. D’abord, avec les entiers naturels, nous apprenons aux élèves que diviser c’est :
    Partager (  6 $ / 3 = 2 $ ) ;
    Mesurer ( 6 $ / 3 $ = 2 ).

Ce qui précède est tout à fait cohérent avec l’association de la multiplication à l’addition répétée.

Avec les fractions, les analogies sont réduites à la mesure. Ainsi on verra                    (6 m) / (0,5 m) = 12 ou encore que (6 m) / (1/2  m) = 12, c’est-à-dire qu’il y a douze demi-mètres dans six mètres.

Mais qu’en est-il de la division partage ? Celle où (6 m) / (1/2)   = 12 m c’est-à-dire que six mètres divisés par un demi égalent douze mètres… Drôle de partage ! Mais, il ne faut pas s’en faire avec de telles divisions, les auteurs de manuels scolaires les évitent!

Par ailleurs, en algèbre, on calculera que (6x) / (1/2)  = 12x  tout  en  ânonnant  que  « x »  peut remplacer n’importe quoi. Essayez avec des dollars, avec des francs, avec des jetons… Mais l’algèbre, c’est autre chose, il ne faut pas trop chercher  à savoir à quoi ça sert…

N’oublions pas les négatifs ! (+6 $) / (-2 $) = (-3) Il faudrait savoir combien il y a de dettes de deux dollars dans six dollars. C’est génial, avec ce système, même Bill Gates a de grosses dettes !

Et comment interpréter (+6 $) / (-2) = (-3 $) ? Faut-il partager six dollars en « moins deux paquets » ?  Est-ce  que chaque paquet contient alors une  « dette de trois dollars » ? Envers qui ? Ceci explique-t-il enfin pourquoi les hauts-salariés sont souvent les plus endettés ?

En algèbre, les lettres que nous utilisons  peuvent être remplacées par n’importe quels nombres associés aux diverses unités de quantification ( des mètres, des heures, de la monnaie… ). Existe-t-il alors une image mentale qui puisse être associée à la multiplication ou à la division et ce, quels que soient les types de nombres que le problème évoque  ( Voir [Mathadore](http://www.defimath.ca/mathadore/vol1num04.html)  4  à ce sujet ) ? Ne serait-il pas pertinent d’introduire cette image dès le début de l’apprentissage et de la consolider plus que toute autre ?

 Il semble clair que les analogies habituelles que nous utilisons pour amorcer l’étude de la multiplication et de la division conduisent l’élève à  cheminer vers l’incompréhension. En fait, diverses séquences d’apprentissage en mathématiques aboutissent naturellement  à une perte de sens. Plus l’élève étudie, moins les mathématiques semblent utiles. Pire, plus il étudie, plus ce qu’il a d’abord appris est contredit. Et n’allez pas croire qu’il comprendra mieux plus tard !

Tiens, cela me rappelle un élève de dix ans avec qui je travaillais et qui venait d’être mis en face d’une telle contradiction. Il réagit par une belle colère en disant : « Je déteste les maths ! D’abord, on te fait apprendre quelque chose et puis, quand tu le sais, ça ne fonctionne plus. Vive le français ! Vive la catéchèse ! Là, depuis cinq ans, on me répète toujours les mêmes choses ! »

Robert Lyons