**Quand atteindrons-nous enfin ?**

|  |  |
| --- | --- |
| **Résultat d’apprentissage** | 3e année, Les régularités et les relations, n° 4 Résoudre des équations d’addition et de soustraction à une étape dans lesquelles la valeur inconnue est représentée par un symbole. [C, L, R, RP, V] |
| **Description** | Les élèves doivent recouvrir les nombres qui contiennent des chiffres donnés dans une grille de 100. Ils testent ainsi l’intuition erronée mais fréquente qu’en recouvrant la moitié des chiffres qui apparaissent dans les nombres d’une telle grille, ils devraient, du même coup, recouvrir la moitié de la grille, elle-même. (Cette activité a également quelque chose à voir avec la compréhension des valeurs de position.) |
| **Matériel** | * Copies de la fiche reproductible : « Grille de 1 à 100 » * Jetons de bingo ou pastilles de couleur |

**Activité**

1. L’enseignant montre une grille de 100 à ses élèves. Puis il leur pose des questions telles que les suivantes : « *Si nous voulions recouvrir tous les nombres qui ne contiennent que le chiffre 1, combien de nombres devrions-nous recouvrir en tout?* » et « *Si nous voulions recouvrir tous les nombres qui ne contiennent que le chiffre 1, et tous les nombres qui ne contiennent que le chiffre 2, et tous les nombres qui ne contiennent que les chiffres 1 et 2, combien de nombres devrions-nous recouvrir en tout?* ».
2. Les élèves déposent des jetons ou des pastilles de couleur sur des carrés de leur grille de 100 en suivant les indications de leur enseignant.
3. Les élèves se basent sur la régularité qui se profile pour **prédire**jusqu’à quel chiffre il faudrait ainsi se rendre pour recouvrir approximativement la moitié de leur grille de 100.
4. Les élèves testent leurs prédictions en recouvrant successivement les carrés (soit les nombres) de la grille qui contiennent le chiffre 1, puis le chiffre 2, puis le chiffre 3…

Source : Extrait et reproduction autorisés de Olson, J., 1997, « When Will We Reach ½? », dans *Teaching Children Mathematics* (décembre 1997), p. 210-214. © 2002 National Council of Teachers of Mathematics. Tous droits réservés.

1. Lors d’une discussion de toute la classe, un tableau basé sur les données suivantes est créé :
   * les carrés recouverts pour chaque chiffre;
   * le nombre total (cumulatif) de carrés recouverts au fur et à mesure que l’on progresse avec la liste des chiffres possibles.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Chiffres** | **Nouveaux carrés** | **Tous les carrés** |
| 1 | 1, 11 | 2 |
| 1 et 2 | 2, 12, 21, 22 | 6 |
| 1, 2 et 3 | 3, 13, 23, 31, 32, 33 | 12 |
| 1, 2, 3 et 4 | 4, 14, 24, 34, 41, 42, 43, 44 | 20 |
| 1, 2, 3, 4 et 5 | 5, 15, 25, 35, 45, 51, 52, 53, 54, 55 | 30 |
| 1, 2, 3, 4, 5 et 6 | 6, 16, 26, 36, 46, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66 | 42 |
| etc. |  |  |

Une fois la quatrième rangée du tableau remplie (laquelle inclut pour la première fois le chiffre 4), l’enseignant interrompt l’exercice et demande aux élèves de rechercher des régularités dans le tableau. (Pour obtenir les nombres de chaque rangée, on part du tout premier nombre de cette rangée, puis on compte par sauts de 10 jusqu’à ce que le premier nombre devienne le chiffre des dizaines; et à partir de là, on continue à compter par unités – le nombre total de carrés s’accroît de façon géométrique (ex. : on ajoute 4, puis 6, puis 8, puis 10…). Certains élèves pourraient aussi remarquer des régularités visuelles dans la grille.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Si on emploie les chiffres de 1 à 7, 56 carrés seront recouverts.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

[Cette page est intentionnellement laissée en blanc.]

**Quels sont les indices?**

|  |  |
| --- | --- |
| **Résultats d’apprentissage** | 2e année, Les régularités et les relations, no 2 Démontrer une compréhension des régularités croissantes en :   * décrivant; * reproduisant; * prolongeant; * créant;   des régularités numériques (nombres jusqu’à 100) et non numériques à l’aide de matériel de manipulation, de diagrammes, de sons et d’actions. [C, L, R, RP, V]  3e année, Les régularités et les relations, no 1 Démontrer une compréhension des régularités croissantes en :   * décrivant; * prolongeant; * comparant; * créant;   des régularités numériques (nombres jusqu’à 1 000) et non numériques à l’aide de matériel de manipulation, de diagrammes, de sons et d’actions. [C, L, R, RP, V]  3e année, Les régularités et les relations, no 2 Démontrer une compréhension des régularités décroissantes en :   * décrivant; * prolongeant; * comparant; * créant;   des régularités numériques (nombres jusqu’à 1 000) et non numériques à l’aide de matériel de manipulation, de diagrammes, de sons et d’actions. [C, L, R, RP, V] |
| **Description** | Les élèves déterminent et mettent en application des règles permettant de générer des régularités. Ils utilisent une grille partiellement remplie de nombres disposés suivant des régularités dans plus d’une direction – soit verticalement, horizontalement et en diagonale. |
| **Matériel** | * Copies de la fiche reproductible : « Grille de 1 à 100 » * Copies de la fiche reproductible : « Quels sont les indices? » * Jetons de bingo ou pastilles de couleur |

**Activité**

1. Il serait bien de proposer l’activité *Des rangées et des colonnes* aux élèves avant celle-ci : ils auraient ainsi déjà acquis une certaine pratique de la recherche des régularités verticales, horizontales ou en diagonale dans des grilles.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 10 |  | 14 |  |
| 7 | 9 | 11 |  |
| 4 |  | 8 | 10 |
| 1 | 3 | 5 | 7 |

1. L’enseignant distribue aux élèves des copies de la grille de 4 × 4 partiellement remplie intitulée : « *Quels sont les indices?* ».Les élèves y recherchent des régularités, en formulent des règles hypothétiques et vérifient ces hypothèses en se déplaçant de toutes les façons suivantes :

* de gauche à droite le long des rangées
* de droite à gauche le long des rangées
* de haut en bas le long des colonnes
* de bas en haut le long des colonnes
* en diagonale, du coin supérieur gauche au coin inférieur droit
* en diagonale, du coin inférieur droit au coin supérieur gauche
* en diagonale, du coin inférieur gauche au coin supérieur droit
* en diagonale, du coin supérieur droit au coin inférieur gauche

(Si les élèves ont de la difficulté, il pourrait être nécessaire de modéliser un exemple de cette activité avant de laisser les élèves y travailler librement, eux-mêmes.)

***Remarque. –*** *Il est important de ne pas indiquer aux élèves un ordre à suivre (quel qu’il soit) pour procéder à leur exploration des régularités. Sur le plan mathématique, la richesse de cette activité repose essentiellement sur le défi que représente pour les élèves la création de régularités dans des orientations multiples. Une fois leur grille remplie, les élèves devraient être invités à déterminer les règles qui s’appliquent suivant chacune de ces orientations.*

1. Les élèves expliquent les règles qu’ils ont utilisées pour compléter les régularités partiellement entrées dans la grille, ou alors les règles qu’ils ont été en mesure de reconnaître une fois leur grille remplie.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 10 | *12* | 14 | *16* |
| 7 | 9 | 11 | *13* |
| 4 | *6* | 8 | 10 |
| 1 | 3 | 5 | 7 |

1. Les élèves approfondissent encore davantage leur apprentissage des relations qui existent entre les régularités découvertes en expliquant de quelles façons on peut établir des liens entre les régularités en diagonale et celles qui sont horizontales ou verticales. Par exemple :

* quand on se déplace horizontalement de gauche à droite, les nombres augmentent successivement de 2 (+2); quand on se déplace du haut vers le bas dans une colonne, les nombres diminuent successivement de 3 (–3); et quand on se déplace en diagonale du coin supérieur gauche au coin inférieur droit, les nombres diminuent successivement de 1 parce que + 2 – 3 = – 1.

1. Les questions que les enseignants peuvent poser pour alimenter la réflexion des élèves incluent les suivantes :

* Quels sont les indices qui t’ont aidé à choisir ce nombre?
* Comment sais-tu que le nombre que tu as choisi est approprié dans ce cas-ci?
* Est-ce qu’il pourrait y avoir d’autres nombres qui pourraient être placés ici?
* Est-ce qu’il serait possible d’ajouter des rangées et des colonnes à la grille pour prolonger cette régularité?

1. D’autres grilles du même type peuvent être créées en modifiant les nombres utilisés pour compter par sauts, tant verticalement qu’horizontalement. Par exemple :

Sauts de 5 🡪

Sauts de 3 🡪

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 5 | 10 | 15 | 20 |
| 8 | 13 | 18 | 23 |
| 11 | 16 | 21 | 26 |
| 14 | 19 | 24 | 29 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 5 | 10 | 15 | 20 |
| 8 |  |  |  |
| 11 |  |  |  |
| 14 |  |  |  |

1. **Activité complémentaire :** Cette activité complémentaire représente un plus grand défi quand les élèves sont invités à prolonger des régularités au-delà de leurs grilles de 4  4. Ils peuvent, par exemple, mettre en application les règles qu’ils ont déterminées pour remplir des carrés non adjacents à ceux qu’ils ont déjà remplis :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | ? |
|  | 17 |  |  | 26 |  |  |
| 10 |  | 16 |  |  |  |  |
|  | 9 | 12 |  |  |  |  |
| 2 |  |  | 11 | 14 |  | ? |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Quels sont les indices?**

Remplis les carrés vides pour faire apparaître des régularités :

a) le long des rangées

b) le long des colonnes

c) en diagonale

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 10 |  | 14 |  |
| 7 | 9 | 11 |  |
| 4 |  | 8 | 10 |
| 1 | 3 | 5 | 7 |

Décris chacune des régularités que tu as trouvées en répondant, chaque fois, à toutes les questions suivantes :

Quels indices t’ont aidé à trouver chacun des nombres?

Quand tu trouves un nombre, comment sais-tu qu’il est correct?

Y a-t-il d’autres nombres que tu pourrais mettre à la place de ceux que tu as écrits?

Si on ajoutait des rangées ou des colonnes à la grille, est-ce que tu pourrais prolonger cette régularité?

[Cette page est intentionnellement laissée en blanc.]

**Quelle est la relation?**

|  |  |
| --- | --- |
| **Résultats d’apprentissage** | 2e année, Les régularités et les relations, no 4 Démontrer et expliquer la signification de l’égalité et de l’inégalité de façon concrète et imagée. [C, L, R, V]  3e année, Les régularités et les relations, no 4 Résoudre des équations d’addition et de soustraction à une étape dans lesquelles la valeur inconnue est représentée par un symbole. [C, L, R, RP, V] |
| **Description** | Les élèves approfondissent leur compréhension du symbole d’égalité. Ils travaillent avec des additions comportant deux termes de chaque côté du symbole d’égalité, soit du type suivant :  Partie + Partie = Partie + Partie  Les élèves passent du calcul indépendant des sommes de chaque membre de l’addition à l’utilisation de relations pour établir l’équilibre entre les deux membres des égalités numériques ou des équations. |
| **Matériel** | * Bouliers compteurs * Blocs de base 10 |

**Activité**

1. L’enseignant met les élèves en contexte en leur racontant une partie pyjamas organisée pour 14 enfants. Quand vient le temps de se coucher, ils essaient tous de rester tranquilles dans un *très* grand lit superposé, mais, pendant la nuit, ils se mettent à passer de l’étage du haut à l’étage du bas parce qu’ils ont trop envie de bavarder avec différents amis. Au départ, il y a 8 enfants à l’étage du haut et 6 enfants à l’étage du bas.
2. En groupe de deux, les élèves représentent ce problème simple à l’aide de bouliers compteurs.

8 + 6 = 8 + 6

Élève 1 Élève 2

1. Ensuite, l’enseignant réécrit le problème tout en modifiant 1 des termes de l’équation et en utilisant une case vide pour représenter le terme manquant qui permettrait de s’assurer que cet énoncé mathématique demeure vrai.

8 + 6 = □ + 5

1. Un des élèves déplace des boules sur son boulier afin de déterminer le nombre manquant.

Élève 1 Élève 2

***Remarque. –*** *Les élèves peuvent recouvrir les boules inutilisées de leur boulier avec un chiffon s’ils ont du mal à fixer leur attention sur le côté du boulier qu’ils doivent « lire ».*

Chaque élève écrit la nouvelle égalité numérique en se basant sur le nouvel arrangement représenté par leur boulier compteur.

8 + 6 = 9 + 5

Élève 1 Élève 2

1. L’enseignant demande aux élèves de lui dire ce qui s’est passé à l’étage du bas (1 élève en est parti) et ce qui s’est passé à l’étage du haut (le même élève y est monté). L’enseignant pose ensuite cette question : « *Est-ce qu’il y a toujours 14 élèves?* ».
2. L’élève 1 déplace ensuite des billes sur son propre boulier pour reproduire l’expression numérique de son coéquipier (9 + 5), et les deux équipiers les comptent tous les deux pour s’assurer que leurs bouliers sont identiques. Les élèves continuent de vérifier ce qui arrive à chacun des termes des additions lorsque des enfants se déplacent d’un étage à l’autre du lit superposé – soit 1 à la fois ou 2 à la fois (+ 1 et – 1 **ou** + 2 et – 2).
3. Lors d’une discussion, l’enseignant guide les élèves afin de les amener à énoncer clairement cette stratégie de compensation, c’est-à-dire que l’on doit ajouter à un terme de l’addition ce que l’on a soustrait de l’autre (et vice versa) pour maintenir l’équilibre.
4. L’enseignant oblige les élèves à pousser encore plus loin leur raisonnement en leur soumettant une série d’additions et en leur demandant de les résoudre mentalement. Par exemple :

5 + 5 = 5 + \_\_

5 + 5 = 6 + \_\_ (Les élèves sont encouragés à utiliser la compensation au lieu de calculer mentalement.)

5 + 5 = 7 + \_\_ *(*« *Crois-tu que tu peux utiliser la même stratégie pour résoudre ce problème?* »*)*

15 + 27 = 14 + \_\_ *(*« *Cette fois encore, utilise la même stratégie pour résoudre ce nouveau problème.* »*)*

68 + 46 = \_\_ + 45 *(*« *Est-ce que la stratégie fonctionne toujours quand le nombre manquant change de place?*»*)*

***Remarque. –*** *Quand les élèves doivent manipuler de plus grands nombres, il peut être utile de leur fournir des blocs de base dix pour les aider à développer des stratégies de compensation : ils peuvent alors déterminer plus facilement les nombres manquants en déplaçant des blocs d’une pile à une autre pour représenter des équations.*